***HAFTA 1***

**1.1 SETS**

Matematiğin bilimin dili olduğu söylenir - kesinlikle bu kitapta inceleyeceğimiz bilimsel disiplin olan hesaplama teorisinin dilidir. Ve matematiğin dili kümelerle ve kümelerin üst üste bindiği, kesiştiği ve aslında yeni kümeler oluştururken kendilerinin de yer aldığı karmaşık yollarla ilgilenir.

Küme, nesnelerden oluşan bir koleksiyondur. Örneğin, a, b, c ve d harflerinin toplamı L olarak adlandırabileceğimiz bir kümedir; L = {a,b,c, d} yazıyoruz. Bir kümeyi oluşturan nesnelere kümenin elemanları ya da üyeleri denir. Örneğin, b, L kümesinin bir elemanıdır; sembollerde, b ∈ L. Bazen sadece b'nin L'de olduğunu veya L'nin b'yi içerdiğini söyleriz. Öte yandan, z, L'nin bir elemanı değildir ve z ∉ L yazarız.

Bir kümede elemanların tekrarlarını ayırt etmeyiz. Dolayısıyla {kırmızı, mavi, kırmızı} kümesi {kırmızı, mavi} ile aynı kümedir. Benzer şekilde, elemanların sırası da önemsizdir; örneğin, {3,1,9}, {9,3, 1} ve {1,3, 9} aynı kümedir. Özetlemek gerekirse: İki küme, ancak ve ancak aynı elemanlara sahiplerse eşittir (yani aynıdır).

Bir kümenin elemanlarının herhangi bir şekilde ilişkili olması gerekmez (hepsinin aynı kümenin elemanları olması dışında); örneğin, {3, kırmızı, {d, mavi}} üç elemanlı bir kümedir ve bunlardan biri kümenin kendisidir. Bir kümenin yalnızca bir elemanı olabilir; bu durumda bu kümeye tekil (singleton) denir. Örneğin, {1} tek elemanı 1 olan kümedir; dolayısıyla {1} ve 1 birbirinden oldukça farklıdır. Hiç elemanı olmayan bir küme de vardır. Doğal olarak, böyle tek bir küme olabilir: buna boş küme denir ve Ø ile gösterilir. Boş küme dışındaki herhangi bir kümenin boş olmadığı söylenir.

Şimdiye kadar kümeleri, virgüllerle ayrılmış ve parantez içine alınmış tüm elemanlarını listeleyerek belirttik. Bazı kümeler bu şekilde yazılamaz, çünkü sonsuzdurlar. Örneğin, N doğal sayılar kümesi sonsuzdur; sonsuz uzunlukta bir liste yerine üç noktayı ve sezgilerinizi kullanarak N = {0,1,2,...} yazarak elemanlarını önerebiliriz. Sonsuz olmayan bir küme sonludur.

Bir kümeyi belirtmenin bir başka yolu da diğer kümelere ve elemanların sahip olabileceği ya da olamayacağı özelliklere atıfta bulunmaktır. Böylece, I = {1,3,9) ve G = {3,9} ise, G, I'nın 2'den büyük olan elemanlarının kümesi olarak tanımlanabilir.

yazı tipi, metin, hat sanatı, kaligrafi, beyaz içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Genel olarak, bir A kümesi tanımlanmışsa ve P, A'nın elemanlarının sahip olabileceği veya olamayacağı bir özellik ise, yeni bir küme tanımlayabiliriz:



Başka bir örnek olarak, tek doğal sayılar kümesi:



Bir A kümesi bir B kümesinin alt kümesidir- sembollerle, A ⊆ B - eğer A'nın her elemanı aynı zamanda B'nin bir elemanı ise. Her tek doğal sayı bir doğal sayı olduğu için O ⊆ N'dir. Herhangi bir kümenin kendisinin bir alt kümesi olduğuna dikkat edin. A, B'nin bir alt kümesi ise ancak A, B ile aynı değilse, A'nın B'nin uygun bir alt kümesi olduğunu söyleriz ve A ⊂ B yazarız. Ayrıca boş kümenin her kümenin bir alt kümesi olduğuna dikkat edin. Eğer B herhangi bir küme ise, Ø ⊆ B olur, çünkü Ø 'nun her elemanı (ki hiçbiri yoktur) aynı zamanda B'nin de bir elemanıdır.

A ve B kümelerinin eşit olduğunu kanıtlamak için, A ⊆ B ve B ⊆ A olduğunu kanıtlayabiliriz. A'nın her elemanı B'nin bir elemanı olmalıdır ve bunun tersi de geçerlidir, böylece A ve B aynı elemanlara sahip olur ve A = B olur.

İki küme, tıpkı sayıların toplama gibi aritmetik işlemlerle birleştirilmesi gibi, çeşitli küme işlemleriyle üçüncü bir küme oluşturmak üzere birleştirilebilir. Bir küme işlemi birleşimdir (union): iki kümenin birleşimi, verilen iki kümeden en az birinin ve muhtemelen her ikisinin de elemanı olan nesneleri eleman olarak içeren kümedir. Birleşimi göstermek için U sembolünü kullanırız, böylece:

metin, yazı tipi, makbuz, beyaz içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

İki kümenin kesişimi (intersection), iki kümenin ortak olan tüm elemanlarının toplamıdır; yani:



metin, yazı tipi, ekran görüntüsü, beyaz içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Son olarak, iki A ve B kümesinin farkı, A - B ile gösterilir, A'nın B'nin elemanı olmayan tüm elemanlarının kümesidir.

metin, yazı tipi, beyaz, cebir içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Küme işlemlerinin bazı özellikleri tanımlarından kolayca anlaşılabilir. Örneğin, eğer A, B ve C kümeler ise, aşağıdaki yasalar geçerlidir.

metin, makbuz, yazı tipi, ekran görüntüsü içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

EXAMPLE 1.1.1 = De Morgan'ın yasalarından ilkini kanıtlayalım.

metin, yazı tipi, ekran görüntüsü, beyaz içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Bunu da (a) L ⊆ R ve (b) R ⊆ L'yi göstererek yapacağız.

1. x, L'nin herhangi bir elemanı olsun; o zaman x ∈ A, fakat x ∉ B ve x ∉ C. Dolayısıyla x, hem A - B hem de A - C'nin bir elemanıdır ve dolayısıyla R'nin bir elemanıdır.
2. x ∈ R olsun; o zaman x hem A - B hem de A - C'nin bir elemanıdır ve bu nedenle A'dadır ama ne B ne de C'dedir. x ∈ A ama x ∉ B U C, yani x ∈ L.

Bu nedenle R ⊆ L'dir ve L = R olduğunu kanıtladık.

İki kümenin ortak bir elemanı yoksa, yani kesişimleri boşsa, bu kümeler ayrıktır.

İkiden fazla kümenin kesişimlerini ve birleşimlerini oluşturmak mümkündür. Örneğin, S = {{a, b}, {b, c), {c, d}} ise US = {a,b,c, d}; ve S = {{n} : n ∈ N) ise, yani elemanları doğal sayılar olan tüm tekil kümelerin toplamı ise US = N. Genel olarak,

metin, yazı tipi, beyaz, cebir içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Bir A kümesinin tüm alt kümelerinin toplamı, A'nın kuvvet kümesi olarak adlandırılan ve 2^A olarak gösterilen bir kümedir. Örneğin, {c,d} kümesinin alt kümeleri {c, d}'nin kendisi, {c} ve {d} tekilleri ve Ø boş kümesidir, yani

yazı tipi, tipografi, hat sanatı, kaligrafi, el yazısı içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Boş olmayan bir A kümesinin bir bölümü, 2^A'nın bir ∏ alt kümesidir, öyle ki Ø, ∏'nin bir elemanı değildir ve öyle ki A'nın her elemanı ∏'de bir ve sadece bir kümede bulunur. Yani, ∏ A'nın bir alt kümesi ise ∏ A'nın bir bölümüdür, öyle ki

(1) ∏'nin her bir elemanı boş değildir;

(2) ∏'nin farklı elemanları ayrıktır;

(3) U∏ = A.

Örneğin {{a, b}, {c), {d}}, {a, b,c,d}'nin bir bölümüdür ancak {{b, c), {c, d}} değildir. Çift ve tek doğal sayı kümeleri N'nin bir bölümünü oluşturur.

ÖDEV = 1.1.1 , 1.1.4

**1.2 – RELATIONS AND FUNCTIONS**

Matematik, nesneler ve bunlar arasındaki ilişkiler hakkındaki ifadelerle ilgilenir. Örneğin, “daha az” ifadesinin belirli türden nesneler, yani sayılar arasında bir ilişki olduğunu söylemek doğaldır - bu ilişki 4 ile 7 arasında geçerlidir, ancak 4 ile 2 arasında veya 4 ile kendisi arasında geçerli değildir. Fakat bu noktada elimizdeki tek matematiksel dilde -yani kümelerin dilinde- nesneler arasındaki ilişkileri nasıl ifade edebiliriz? Basitçe bir bağıntının kendisinin bir küme olduğunu düşünürüz. Bağıntıya ait olan nesneler, özünde, bu bağıntının sezgisel anlamda geçerli olduğu bireylerin kombinasyonlarıdır. Yani az-çok ilişkisi, ilk sayı ikinciden az olacak şekilde tüm sayı çiftlerinin kümesidir.

Ancak biraz hızlı hareket ettik. Bir ilişkiye ait olan bir çiftte, çiftin iki parçasını ayırt edebilmemiz gerekir ve bunu nasıl yapacağımızı açıklamadık. Bu çiftleri küme olarak yazamayız, çünkü {4, 7} {7,4} ile aynı şeydir. Nesneleri gruplamak için sıralı çift adı verilen yeni bir araç kullanmak en kolayıdır.

İki a ve b nesnesinin sıralı çiftini (a, b) olarak yazarız; a ve b'ye (a,b) sıralı çiftinin bileşenleri denir. Sıralı çift (a, b) {a, b} kümesi ile aynı değildir. İlk olarak, sıralama önemlidir: (a,b), (b,a)'dan farklıdır, oysa {a, b} = {b,a}'dır. İkinci olarak, sıralı bir çiftin iki bileşeninin farklı olması gerekmez; (7,7) geçerli bir sıralı çifttir. İki sıralı çiftin (a,b) ve (c,d) sadece a = c ve b = d olduğunda eşit olduğunu unutmayın.

İki A ve B kümesinin Kartezyen çarpımı, A x B ile gösterilir, a ∈ A ve b ∈ B olan tüm sıralı çiftlerin (a,b) kümesidir.Örneğin,



A ve B kümeleri üzerindeki bir ikili bağıntı, A x B'nin bir alt kümesidir. Örneğin, {(1, b), (1,c), (3, d), (9, d)} {1,3,9} ve {b,c,d} üzerinde bir ikili bağıntıdır. Ve {(i,j) : i,j ∈ N ve i < j} az-daha ilişkisidir; N x N'nin bir alt kümesidir -genellikle ikili bir ilişki ile ilişkili iki küme aynıdır.

Daha genel olarak, n herhangi bir doğal sayı olsun. Eğer a1,..., an birbirinden farklı olması gerekmeyen herhangi bir n nesne ise, (a1,...,an) sıralı bir çifttir; her i = 1,...,n için, a; (a1,...,an)'ın ith bileşenidir. Bir sıralı m-tuple (b1,..., bm), burada m bir doğal sayıdır, ancak ve ancak i = 1,...,n için m = n ve ai = bi ise (a1,...,an) ile aynıdır. Böylece (4,4), (4, 4, 4), ((4,4), 4) ve (4, (4,4)) hepsi farklıdır. Sıralı 2'li çiftler yukarıda tartışılan sıralı çiftlerle aynıdır ve sıralı 3-, 4-, 5- ve 6'lı çiftler sırasıyla sıralı üçlüler, dörtlüler, beşliler ve altılılar olarak adlandırılır. Öte yandan, bir dizi, belirtilmemiş bazı n (dizinin uzunluğu) için sıralı bir n-tuple'dır. A1,..., An herhangi bir küme ise, n-katlı Kartezyen çarpım A1 x ... x An, her i = 1,...,n için ai ∈ Ai olmak üzere tüm sıralı n-tuplelerin (a1,..., an) kümesidir. Tüm Ai'lerin aynı A kümesi olması durumunda, A'nın kendisiyle n-katlı Kartezyen çarpımı A x ... x A'nın kendisiyle X A çarpımı da A^n olarak yazılır. Örneğin, N^2 doğal sayıların sıralı çiftlerinin kümesidir. A1,..., An kümeleri üzerindeki n-ary bağıntı A1 x ... x An'ın bir alt kümesidir; 1-, 2- ve 3-ary bağıntılara sırasıyla unary, binary ve ternary bağıntılar denir.

Bir diğer temel matematiksel fikir de fonksiyondur. Sezgisel düzeyde bir fonksiyon, bir türden her bir nesnenin başka bir türden benzersiz bir nesne ile ilişkilendirilmesidir: kişiler ile yaşları, köpekler ile sahipleri, sayılar ile ardılları vb. Ancak sıralı çiftler kümesi olarak ikili bağıntı fikrini kullanarak, bu sezgisel fikri somut bir tanımla değiştirebiliriz. Bir A kümesinden bir B kümesine bir fonksiyon, A ve B üzerinde aşağıdaki özelliğe sahip bir ikili bağıntı R'dir: her a ∈ A elemanı için, R'de ilk bileşeni a olan tam olarak bir sıralı çift vardır. Tanımı açıklamak için, C Amerika Birleşik Devletleri'ndeki şehirler kümesi ve S eyaletler kümesi olsun; ve

metin, yazı tipi, beyaz, el yazısı içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

O halde R1, bir fonksiyondur, çünkü her şehir bir ve yalnızca bir eyalette bulunmaktadır, ancak R2 bir fonksiyon değildir, çünkü bazı eyaletlerde birden fazla şehir bulunmaktadır.

Genel olarak, fonksiyonlar için f, g ve h gibi harfler kullanırız ve f'nin A'dan B'ye bir fonksiyon olduğunu belirtmek için f: A → B yazarız. a, A'nın herhangi bir elemanı ise, (a, b) ∈ f olacak şekilde B'nin b elemanı için f(a) yazarız; f bir fonksiyon olduğundan, bu özelliğe sahip tam olarak bir b ∈ B vardır, bu nedenle f(a) benzersiz bir nesneyi belirtir. f(a) nesnesine a'nın f altındaki görüntüsü denir. f: A → B fonksiyonunu belirtmek için, her a ∈ A için f(a)'yı belirtmek yeterlidir; örneğin, yukarıdaki R1 fonksiyonunu belirtmek için, her şehir için bulunduğu eyaleti belirtmek yeterlidir. Eğer f: A → B ve A' A'nın bir alt kümesi ise, o zaman f[A'] = {f(a): a ∈ A'} (yani, {b: bazı a ∈ A'} için b = f(a)) olarak tanımlarız). f[A']'ya A''nın f altındaki görüntüsü diyoruz. f'nin aralığı, etki alanının görüntüsüdür. Normalde, bir fonksiyonun etki alanı bir Kartezyen çarpım ise, bir parantez kümesi atılır. Örneğin, f: N x N → N, sıralı bir çiftin (m, n) f altındaki görüntüsü m ve n'nin toplamı olacak şekilde tanımlanırsa, sadece notasyonel kolaylık meselesi olarak f((m, n)) = m+n yerine f (m,n) = m +n yazacağız.

Eğer f: A1 x A2 x... x An → B bir fonksiyon ise ve f(a1,...,an) = b ise, burada ai ∈ A, i = 1,...,n ve b ∈ B için, o zaman bazen a1,...,an'ı f'nin argümanları ve b'yi f'nin karşılık gelen değeri olarak adlandırırız. Böylece f, her n-tuple argüman için değeri verilerek belirtilebilir.

Bazı fonksiyon türleri özel ilgi alanıdır. Bir f : A → B fonksiyonu, herhangi iki farklı a, a' ∈ A elemanı için f(a) ≠ f(a') ise bire-birdir. Örneğin, C Amerika Birleşik Devletleri'ndeki şehirler kümesi, S eyaletler kümesi ve g: S → C ise şu şekilde belirtilir:



her s ∈ S için, o zaman g bire-birdir, çünkü hiçbir iki durum aynı sermayeye sahip değildir. Bir f: A → B fonksiyonu, B'nin her bir elemanı A'nın bazı elemanlarının f altındaki görüntüsü ise B üzerindedir. Az önce belirtilen g fonksiyonu C üzerinde değildir, ancak yukarıda tanımlanan R1 fonksiyonu S üzerindedir, çünkü her eyalet en az bir şehir içerir. Son olarak, bir f: A → B eşlemesi hem bire-bir hem de B üzerine ise A ve B arasında bir bijection'dur; örneğin, C0 başkentler kümesi ise, g: S → C0 fonksiyonu daha önce belirtildiği gibi

 S ve C0 arasındaki bijectiondur.

İkili bir ilişki R ⊆ A x B'nin tersi, R^-1 ⊆ B x A olarak gösterilir ve basitçe {(b,a) : (a, b) ∈ R} ilişkisidir. Örneğin, yukarıda tanımlanan R2 ilişkisi, R1'in tersidir. Bu nedenle, bir fonksiyonun tersinin bir fonksiyon olması gerekmez. R1 durumunda, bazı eyaletlerin birden fazla şehri olduğundan tersinin bir fonksiyon olması mümkün değildir; yani, R1(c1) = R1(c2) olacak şekilde farklı c1 ve c2 şehirleri vardır. Bir f: A → B fonksiyonu, eğer her a ∈ A için f(a) ∉ b olacak şekilde bir b ∈ B elemanı varsa, bir tersine sahip olamayabilir. Ancak eğer f : A → B bir birebir eşleme ise, bu olasılıkların hiçbiri gerçekleşemez ve f^-1 bir fonksiyondur, hatta B ile A arasında bir birebir eşlemedir. Dahası, her a ∈ A için f^-1(f(a)) = a ve her b € B için f(f^-1(b)) = b olur.

Örnek 1.2.1: Herhangi üç A, B ve C kümesi için, A x B x C'nin (A x B) x C'ye doğal bir izomorfizmi vardır, yani:

metin, yazı tipi, beyaz, hat sanatı, kaligrafi içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

1.3 ÖZEL İKİLİ İLİŞKİ TÜRLERİ

İkili ilişkiler bu sayfalarda tekrar tekrar karşımıza çıkacaktır;

Bunları temsil etmek için uygun yollara ve özelliklerini tartışmak için bazı terminolojiye sahip olmak yararlı olacaktır.

Tamamen “rastgele” bir ikili ilişkinin önemli bir iç yapısı yoktur; ancak karşılaşacağımız birçok ilişki belirli bağlamlardan ortaya çıkar ve bu nedenle önemli düzenliliklere sahiptir. Örneğin, aynı eyalete ait olmaları halinde iki şehir arasında geçerli olan ilişki, belirli “simetrilere” ve dikkat çekmeye, tartışmaya ve yararlanmaya değer diğer özelliklere sahiptir.

Bu bölümde bu ve benzeri düzenlilikleri sergileyen bağıntıları inceleyeceğiz. Sadece bir küme ve kendisi üzerindeki ikili bağıntılarla ilgileneceğiz. Böylece, A bir küme olsun ve R ⊆ A x A, A üzerinde bir bağıntı olsun. R bağıntısı yönlendirilmiş bir çizge ile gösterilebilir. A'nın her bir elemanı küçük bir daire ile temsil edilir -buna yönlendirilmiş grafın düğümü diyoruz- ve a'dan b'ye ancak ve ancak (a,b) ∈ R ise bir ok çizilir. Örneğin, R = {(a, b), (b, a), (a, d), (d,c), (c, c), (c, a)} ilişkisi Şekil 1-1'deki grafik ile temsil edilir. Özellikle (c, c) ∈ R çiftine karşılık gelen c'den kendisine olan döngüye dikkat edin. Bir grafın bir düğümünden diğerine ya hiç kenar yoktur ya da bir kenar vardır - “paralel oklara” izin vermiyoruz.

çizgi, taslak, çizim içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Bir A kümesi üzerindeki ikili ilişkiler ile A'dan düğümler içeren yönlendirilmiş çizgeler arasında resmi bir ayrım yoktur. İlişkinin tanımlandığı kümenin bu özel ilişki bağlamı dışında bizi bağımsız olarak ilgilendirmediğini vurgulamak istediğimizde yönlendirilmiş çizge terimini kullanırız. Yönlendirilmiş çizgelerin yanı sıra yakında tanıtılacak olan yönlendirilmemiş çizgeler de karmaşık sistemlerin (trafik ve iletişim ağları, hesaplama yapıları ve süreçleri, vb) modelleri ve soyutlamaları olarak kullanışlıdır. Bölüm 1.6'da ve Bölüm 6 ve 7'de çok daha ayrıntılı olarak, yönlendirilmiş çizgelerle bağlantılı olarak ortaya çıkan birçok ilginç hesaplama problemini tartışacağız.

Bir başka ikili ilişki/yönlendirilmiş çizge örneği için, doğal sayılar üzerinde tanımlanan ≤ az-veya-eşit-ilişkisi Şekil 1-2'de gösterilmiştir. Elbette, yönlendirilmiş grafın tamamı çizilemez, çünkü sonsuz olacaktır. Bir R ⊆ A x A bağıntısı, her a ∈ A için (a, a) ∈ R ise dönüşlüdür. Dönüşlü bir bağıntıyı temsil eden yönlendirilmiş çizge, her düğümden kendisine doğru bir döngüye sahiptir. Örneğin, Şekil 1-2'nin yönlendirilmiş grafiği dönüşlü bir ilişkiyi temsil eder, ancak Şekil 1 -1'inki etmez.

Bir R ⊆ A x A bağıntısı, (a, b) ∈ R olduğunda (b,a) ∈ R ise simetriktir.

taslak, çizim, çizgi sanatı, taramalı çizim içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

İlgili yönlendirilmiş grafikte, iki düğüm arasında bir ok olduğunda, bu düğümler arasında her iki yönde de oklar vardır. Örneğin, Şekil 1-3'ün yönlendirilmiş grafiği simetrik bir ilişkiyi temsil etmektedir. Bu yönlendirilmiş çizge altı kişi arasındaki “arkadaşlık” ilişkisini gösterebilir, çünkü x, y'nin arkadaşı olduğunda, y de x'in arkadaşıdır. Arkadaşlık ilişkisi dönüşlü değildir, çünkü bir kişiyi kendi arkadaşı olarak görmeyiz. Elbette, bir bağıntı hem simetrik hem de dönüşlü olabilir; örneğin, {(a, b): an ve b aynı babaya sahip kişilerdir} böyle bir bağıntıdır.

taslak, çizim, beyaz, taramalı çizim içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

(a, a) biçiminde çiftler içermeyen bir simetrik ilişki, yönlendirilmemiş bir çizge veya basitçe bir çizge olarak gösterilir. Çizgeler ok başları olmadan çizilir ve aynı düğümler arasında ileri geri giden ok çiftlerini birleştirir. Örneğin, Şekil 1-3'te gösterilen ilişki Şekil 1-4'teki grafik ile de temsil edilebilir.

Bir R bağıntısı, (a,b) ∈ R ve an ile b farklı olduğunda, (b, a)∉ R ise antisimetriktir. Örneğin, P tüm kişilerin kümesi olsun. O zaman:

yazı tipi, tipografi, hat sanatı, kaligrafi, metin içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

çizgi, diyagram, tasarım içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Bir R bağıntısı, (a,b) ∈ R ve an ile b farklı olduğunda, (b, a)∉ R ise antisimetriktir. Örneğin, P tüm kişilerin kümesi olsun. O zaman bir antisimetriktir. Bir bağıntı ne simetrik ne de antisimetrik olabilir; örneğin, bağıntı:



ve Şekil 1-1'de gösterilen bağıntı hiçbiri değildir. Bir ikili bağıntı R, (a, b) ∈ R ve (b,c) ∈ R olduğunda (a,c) ∈ R ise geçişlidir (transitive). İlişki:



a, b'nin atasıysa ve b de c'nin atasıysa, a da c'nin atası olduğu için geçişlidir. Yönlendirilmiş grafik gösterimi açısından, geçişlilik, bir a öğesinden bir z öğesine giden bir ok dizisi olduğunda, doğrudan a'dan z'ye bir ok olması gerekliliğine eşdeğerdir. Örneğin, Şekil 1-5'te gösterilen ilişki geçişlidir.

çizgi içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

Dönüşlü (reflexive), simetrik (symmetric) ve geçişli (transitive) olan bir ilişkiye denklik ilişkisi denir. Bir denklik ilişkisinin yönlendirilmemiş bir çizge ile gösterimi bir dizi kümeden oluşur; her küme içinde her düğüm çifti bir çizgi ile bağlanır (bkz. Şekil 1-6). Bir denklik ilişkisinin “kümeleri” denklik sınıfları olarak adlandırılır. Normalde, R denklik bağıntısının bağlam tarafından anlaşılması koşuluyla, bir a elemanını içeren denklik sınıfı için [a] yazarız. Yani, [a] = {b: (a,b) ∈ R} veya R simetrik olduğundan, [a] = {b (b,a) ∈ R}. Örneğin, Şekil 1-6'daki denklik bağıntısının biri dört elemanlı, biri üç elemanlı ve biri de bir elemanlı olmak üzere üç denklik sınıfı vardır.

çizgi, diyagram içeren bir resim

Yapay zeka tarafından oluşturulan içerik yanlış olabilir.

--Bu kısımdan sonra kitapta örnek kanıt var.

ÖDEV = 1.3.1- 1.3.2 – 1.3.4 – 1.3.7 – 1.3.9